

DOI: 10.16285/j.rsm.2018.2287

碎石颗粒形态特征及其与堆积特性的关系

刘 钢^{1,2}, 赵明志¹, 陆 瑞¹, 罗 强², 吕 超¹

(1. 西华大学 土木建筑与环境学院, 四川 成都 610039; 2. 西南交通大学 高速铁路线路工程教育部重点实验室, 四川 成都 610031)

摘 要: 颗粒形态对碎石集料宏观力学性质有显著影响, 准确描述其形态特征是从微细观层面研究材料宏观力学行为的基础性工作。针对颗粒形状、棱角、纹理 3 个尺度的形态特征, 探讨了基于颗粒几何尺寸的量化表征参数; 分析了不同粒组碎石颗粒形态特征表征参数的分布规律; 结合单粒组颗粒堆积试验, 讨论了颗粒形态特征与堆积孔隙率的关系。有以下结论: (1) 提出的以周长为核心表征的颗粒形态特征量化参数, 对颗粒形态以及形状、棱角、纹理 3 个尺度形态特征具有较好甄选能力; (2) 基于每个粒组 1 000 个颗粒样本统计分析表明, 描述颗粒形态及形状、棱角、纹理特征的参数均符合对数正态分布; (3) 颗粒集合体的综合棱角、纹理指数与松堆和密堆条件下的孔隙率具有较好的映射关系, 颗粒棱角与纹理是影响堆积孔隙率的主控因素。

关 键 词: 碎石; 形态特征; 形状; 棱角; 纹理; 孔隙率

中图分类号: TU 451

文献标识码: A

文章编号: 1000—7598 (2019) 12—4644—09

Morphology characteristics of gravel particle and its relationship with stacking void ratio

LIU Gang^{1,2}, ZHAO Ming-zhi¹, LU Rui¹, LUO Qiang², LÜ Chao¹

(1. School of Civil Engineering, Architecture and Environment, Xihua University, Chengdu, Sichuan 610039, China; 2. Key Laboratory of High-speed Railway Engineering of Ministry of Education, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China)

Abstract: Researches show that the particle morphology has a significant effect on the macro-mechanical properties of gravel aggregates. Accurately describing the morphological characteristics of particles is the foundation work for studying the macro-mechanical behaviour of materials from a micro-mesoscopic level. Firstly, the quantitative characterisation parameters of particle morphology were discussed based on the three-scale morphological characteristics of particle shape, angularity and surface texture. Then, the distribution rule of these parameters was analysed for different grain groups. Finally, the relationship between the particle morphology characteristics and the stacking porosity was discussed. The main conclusions are 1) The proposed quantification parameters with the perimeter as the core characterisation can better reflect and distinguish the particle morphology, as well as its shape, angularity and surface texture; 2) According to the statistical analysis of 1 000 particle samples in each group, the parameters describing the particle morphology, shape, angularity and surface texture all conform to a logarithmic normal distribution; 3) The comprehensive angularity index and surface texture index of particle aggregates present a good mapping relationship with the stacking porosity in both loose and dense states, and they are the main controlling factors on stacking porosity.

Keywords: gravel; morphology characteristics; shape; angularity; surface texture; porosity

1 引 言

开山岩石、天然块石和漂石等天然材料, 在经过机械破碎后形成不同粒径的碎石颗粒。这些碎石材料具有多棱角、表面粗糙等形态特征, 在建筑工

程领域被广泛采用, 如水泥或沥青混凝土中的粗骨料、公路路面中基层和垫层材料和铁路基床强化表层填料等。试验分析与理论计算结果均表明, 颗粒的形态特征对其物理力学性质有显著影响^[1-4]。开展碎石颗粒形态特征的研究, 不仅有助于对其物理力

收稿日期: 2018-12-19

基金项目: 国家自然科学基金 (No.51878560); 国家自然科学基金青年基金 (No.51408491); 教育部“春晖计划”合作科研项目 (No.z2016157)。

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China(51878560), the National Natural Science Foundation of China for Distinguished Young Scholars(51408491) and Chunhui Project of Ministry of Education(z2016155).

第一作者简介: 刘钢, 男, 1983 年生, 博士, 副教授, 主要从事散粒体岩土材料宏观物理力学性质及土的动力特性方面的研究工作。

E-mail: Liugang-leo@126.com

学性质的深入认知,也是探索碎石材料宏观物理力学行为细观机制的基础。

对于岩土颗粒形态特征的描述方法,归纳起来主要包括 3 大类。第 1 类是以颗粒数字图像为基础,通过直接测定其周长、面积、长轴、短轴等几何参数,通过定义各种指标参量反映形态特征^[5-9]。基于真实几何参数对形态特征的描述具有概念简单、明确等突出优点,但目前定义参数多达数十个,如长宽比、圆度、扁平度、形状指数、棱角指数等,这些参数虽形式不同,但表达的物理意义或所反映的形态特征并无实质区别,且对于颗粒不同尺度上形态特征的甄别能力还有待探讨。第 2 类主要是将小波分析^[10]、分形学^[11]、傅里叶分析^[12]等数学方法引入到颗粒的形态描述中。其中,傅里叶分析的应用最为广泛^[13-15]。傅里叶分析最大的优点是能够从形状、棱角、纹理 3 个尺度上描述颗粒形态特征,但描述精度受频率 n 影响较大。第 3 类是基于数学形态学 (mathematical morphology) 方法实现对颗粒形状的描述^[16-17],多用于反映结晶颗粒的形态特征。另外,在形态特征参数的分布规律方面,分析结果也不尽一致。频数直方图呈正态、正偏态、负偏态等分布特征均有文献涉及^[18-19],其原因除颗粒自身固有的复杂形态特征影响外,可能还与参数的客观性以及统计样本数量有关。因而,针对碎石颗粒材料,能够从宏观至细观多尺度体现颗粒形态特征、并确定物理意义明确的表征参数及其分布规律,是有待进一步研究的内容。

鉴于此,在总结已有形态特征描述相关研究成果基础上,基于颗粒几何特征参数,探讨综合形态特征、宏观形状、中观棱角及细观纹理的表征方法及参数;通过大样本碎石颗粒形态特征计算统计,分析形态特征表征参数的分布规律;最后,通过单粒组的颗粒堆积试验,讨论颗粒形态特征与堆积特性的相互关系。

2 颗粒形态特征的多尺度描述

2.1 颗粒形态特征指标

颗粒形态对其与周围颗粒的接触和相互作用直接关联,进而影响颗粒集合体物理、力学等特性。已有研究表明,颗粒形态特征可以从 3 个层次进行描述^[15, 20-21],即:宏观形状、中观棱角和细观纹理,如图 1 所示。

形状反映了颗粒宏观形态特征的变化;棱角体现了边角、拐角变化的剧烈程度,可归属为中观尺度范畴;纹理反映了颗粒表面的粗糙程度,突出了

局部的细观形态特征。颗粒形态特征是形状、棱角、纹理的综合体现。形状、棱角、纹理三者的区别可用图 2 简单描述。在二维情况下,颗粒边界的周长是形态特征最为直接的几何表征。例如,实轴与虚轴之比为 1:2 的椭圆,其周长约为相同面积圆周长的 1.16 倍,体现了形状变化引起周长的改变;相同面积圆与正六边形相比,六边形的周长约是圆周长的 1.05 倍,体现了棱角的影响;当正六边形边界由粗糙曲线代替直线时,即便面积不发生改变,周长仍然显著增加,这反映了纹理特征的变化。

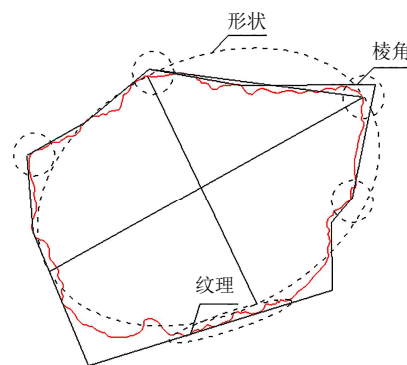


图 1 碎石颗粒的多尺度形态特征

Fig.1 Multi-scale morphological characteristics of gravel

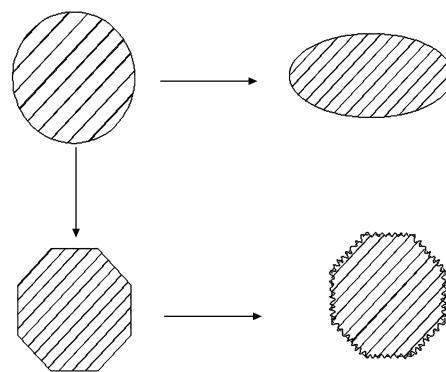


图 2 颗粒形状、棱角、纹理区别示意图

Fig.2 Schematic diagram of particle shape, angularity and surface texture

圆的形状规则、无棱角,是研究二维颗粒形态特性的理想参照物,颗粒实际周长 P_r 与相同面积圆周长 P_{e-cir} 的差值反应综合形态特征影响,定义单个颗粒形态指数 MI 表达如式 (1) 所示。对于宏观形状而言,已有参数中,轴向系数和长宽比均能较好地反映颗粒的针块状特征,二者选其一便可描述颗粒形状,本文选用长宽比 L/B 来定义单个颗粒形状指数 FI ,如式 (2) 所示。其中 L 是颗粒的最大费雷特直径; B 是最小费雷特直径。棱角和纹理是直接基于颗粒几何参数较难甄别的两个尺度特征,其

关键在于合理参照物的选择。对于椭圆和外接多边形而言, 外接多边形近似反映了颗粒形状和棱角两个方面的特征, 而椭圆仅反映形状特征。因此, 以外接多边形为参照, 颗粒真实周长 P_r 与颗粒轮廓外接多边形周长 $P_{\text{ex-pol}}$ 的差值, 主要体现了颗粒细观纹理特征, 故颗粒纹理指数 TI 可用式 (3) 表达。以椭圆为参照, 颗粒真实周长 P_r 与等效椭圆周长 $P_{\text{e-el}}$ 的差值, 则体现了颗粒棱角和纹理两个方面的特征, 消除纹理特征的影响, 则可描述颗粒的棱角特征, 颗粒棱角指数 AI 如式 (4) 所示。其中, 等效椭圆的长轴与短轴之比与颗粒的长宽比相等, 面积也与实际颗粒面积相等。式 (1) ~ (4) 所表征的 4 个指标, 依次反映了颗粒综合形态以及形状、纹理、棱角 3 个尺度上的形态特征。

$$MI = \frac{P_r - P_{\text{e-cir}}}{P_{\text{e-cir}}} \quad (1)$$

$$FI = \frac{L}{B} \quad (2)$$

$$TI = \frac{P_r - P_{\text{ex-pol}}}{P_{\text{ex-pol}}} \quad (3)$$

$$AI = \frac{P_r - P_{\text{e-el}}}{P_{\text{e-el}}} - \frac{P_r - P_{\text{ex-pol}}}{P_{\text{ex-pol}}} + C \quad (4)$$

式中: C 为常数, 对于少数形状近似椭圆的颗粒, 为避免棱角指数出现负值, 引入常数 C , C 的取值只需大于统计颗粒中式 (4) 前两项计算所得负数的最大绝对值。

采用天然的漂石和卵石经机械破碎后形成大小各异的碎石颗粒, 颗粒所属岩石类型以花岗岩为主, 夹杂部分石英石和石英砂岩等。采用方孔筛筛分后进行清洗, 获得 2~5、5~10、10~20、20~40 mm 4 个粒组的碎石颗粒。每个粒组随机选取 1 000 个颗粒, 通过电子显微镜获得颗粒的二维图像, 经二值化处理后, 运用 IMG-PRO 图像处理软件获取颗粒的周长、面积、费雷特直径、外接多边形周长等几何参数。按式 (1) ~ (4) 计算出各粒组每个颗粒的形态、形状、棱角和纹理指数。图 3 为 5~10 mm 粒组的颗粒形态、形状、棱角和纹理指数的最大值、平均值和最小值所对应的颗粒二值化图像。可以看出, 形态指数为 0.292 的碎石颗粒, 其针状及尖棱状特征均较为突出, 而形态指数为 0.018 的颗粒, 轮廓近似圆形, 棱角和纹理特征均不显著。同样, 棱角指数为最大的颗粒其尖棱特征明显, 纹理指数为最大值的颗粒其外轮廓表现出明显

的粗糙性。对于其他粒组, 也呈现出同样的规律。可以看出, 4 个指标对于颗粒整体及 3 个尺度上的形态特征有较好的甄别能力。

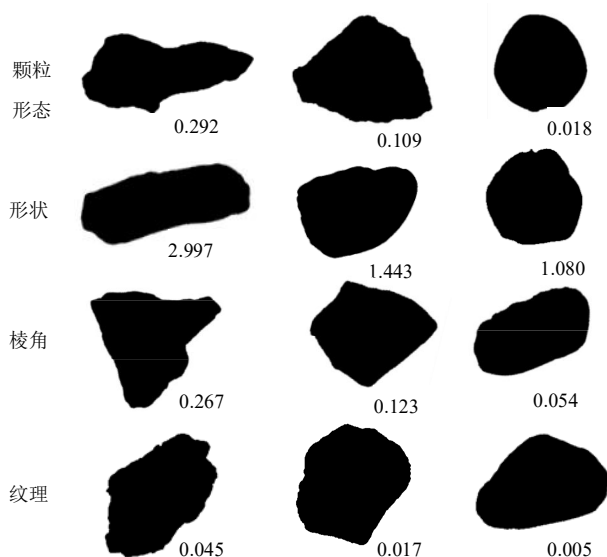


图 3 形态、形状、棱角、纹理指数为最大值、平均值、最小值的颗粒 (5~10 mm 粒组)

Fig.3 Maximum value, mean value and minimum value of particle morphology, shape, angularity and surface texture (5-10 mm grain group)

2.2 颗粒形态特征指标

颗粒形态指数受其形状、棱角、纹理 3 个尺度特征的综合影响, 但并不意味着形态指数最大的颗粒的形状、棱角、纹理特征均最为显著。表 1 列出了 5~10 mm 粒组的颗粒形态、形状、棱角和纹理指数分别为最小值的 4 个颗粒参数值。可以看出, 该 4 个颗粒中, 每一颗粒仅有形态、形状、棱角和纹理指数之一为最小值, 而其他 3 个指数均不是最小值。比如, 形态指数最小的颗粒, 其形状、棱角和纹理指数均不是最小值, 说明极值间不存在严格的对应关系。图 4~6 分别为 5~10 mm 粒组颗粒形态指数与相应的形状指数、棱角指数、纹理指数散点图, 从总体趋势上看, 形态指数随形状、棱角、纹理指数的增加呈上升趋势。

表 1 形态、形状、棱角、纹理指数最小值颗粒的 4 个形态参数 (5~10 mm 粒组)

Table 1 Parameters of minimum value of particle morphology, angularity and surface texture (5-10 mm grain group)

颗粒编号	MI	FI	AI	TI
588	0.018	1.09	0.097	0.008
848	0.034	1.08	0.105	0.018
400	0.091	1.82	0.054	0.012
97	0.065	1.51	0.083	0.005

注: 颗粒编号为各粒组 1 000 个颗粒的自编号。

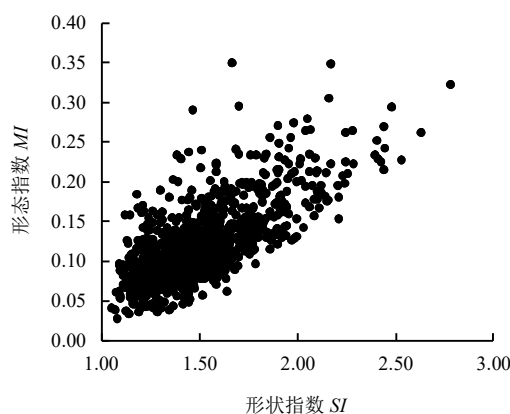


图 4 形态指数与形状指数的关系 (5~10 mm)

Fig.4 Relationship between morphology index and shape index (5-10 mm)

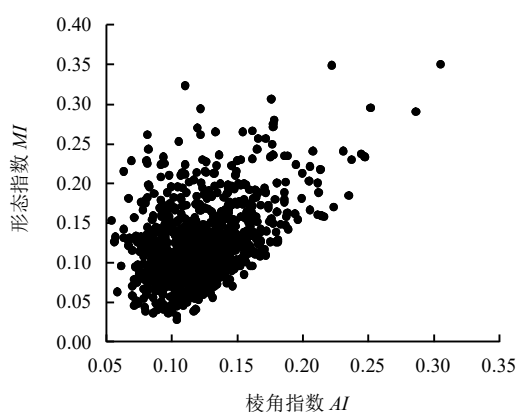


图 5 形态指数与棱角指数的关系 (5~10 mm)

Fig.5 Relationship between morphology index and angularity index (5-10 mm)

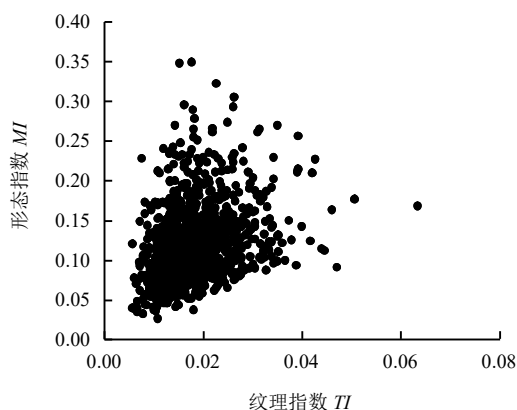
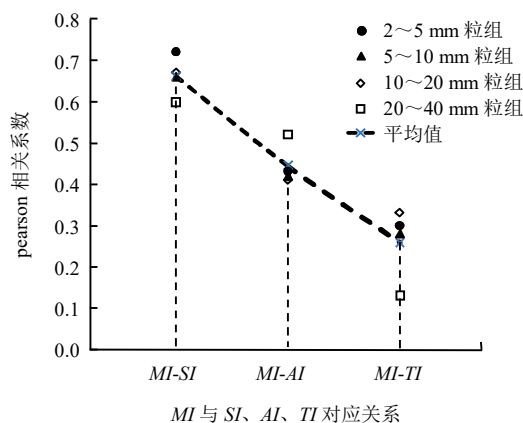


图 6 形态指数与纹理指数的关系 (5~10 mm)

Fig.6 Relationship between morphology index and surface texture index (5-10 mm)

采用 Pearson 线性相关系数进一步量化形态指数与形状、棱角、纹理指数间的相关性。图 7 为 4 个粒组的形态指数与形状指数 ($MI-SI$)、形态指数与棱角指数 ($MI-AI$)、形态指数与纹理指数 ($MI-TI$) 的 Pearson 相关系数变化规律。可以看出, 4 个粒组

的 $MI-SI$ 、 $MI-AI$ 、 $MI-TI$ 相关系数平均值依次为 0.66、0.45 和 0.26, 呈现出明显的减小趋势。说明颗粒形态指数受形状的影响最大、棱角特性次之, 纹理影响最小。

图 7 MI 与 SI 、 AI 、 TI 间 Pearson 相关系数变化规律Fig.7 Change rule of Pearson correlation coefficient between MI and SI , AI , TI

3 颗粒形态特征指数分布规律

通过绘制形态和形状、棱角、纹理指数的频数直方图, 探讨各指数的统计分布规律。各粒组颗粒的样本数 n 均为 1 000 个, 按式 (5) 确定直方图的分组个数 k 为 30^[22]。

$$k = 1.87(n-1)^{0.4} \quad (5)$$

根据频数直方图分布趋势, 分别采用正态 (normal) 分布和对数正态 (lognormal) 分布对各粒组颗粒形态指数、形状指数、棱角指数和纹理指数的分布特征进行拟合, 如图 8~11 所示。正态分布和对数正态分布表达分别为

$$f(x) = \frac{A}{\sqrt{\pi/2}\sigma} e^{-2\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (6)$$

$$f(x) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma x} e^{-\frac{\left[\ln\left(\frac{x}{\mu}\right)\right]^2}{2\sigma^2}} \quad (7)$$

式中: σ 为样本标准差; μ 为样本均值。

表 2 为各粒组碎石颗粒形态指数、形状指数、棱角指数和纹理指数分别采用正态与对数分布拟合时的判定系数 R^2 值。可以看出, 正态与对数分布均能很好地反映碎石颗粒各尺度形态特征指数的分布规律, 但对数分布要优于正态分布。各粒组碎石颗粒形态指数、形状指数、棱角指数和纹理指数频数

的偏态系数 SK 如表 3 所列, 偏态系数分布范围为 $0.87 \sim 1.95$, 大多集中于 $1.0 \sim 1.3$ 之间, 偏态系数均大于 0, 说明频数分布呈正偏态, 进一步印证了各尺度形态特征指数的频数分布规律更接近于对数正

态分布。另外, 形态指数、形状指数、棱角指数和纹理指数均一致呈现同一分布规律。由此可见, 大样本条件下, 碎石颗粒形态特征表征参数的分布具有较好的同一性和稳定性。

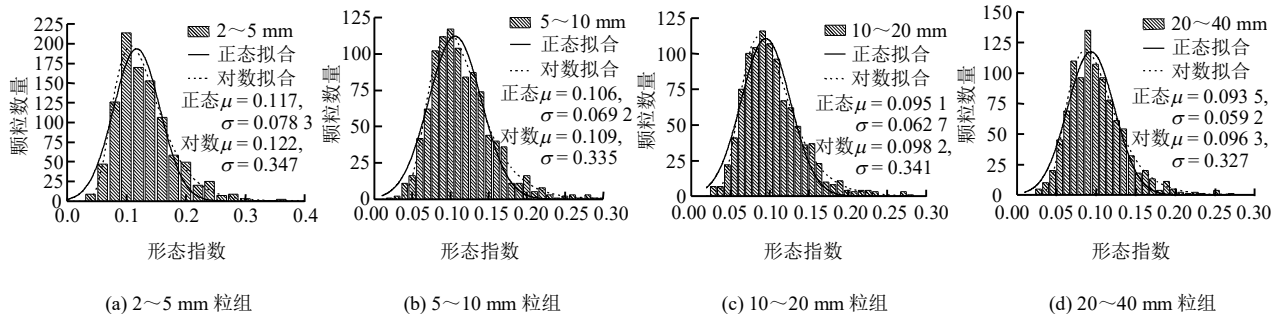


图 8 形态指数频数直方图及其分布

Fig.8 Histogram of morphology index and its distribution

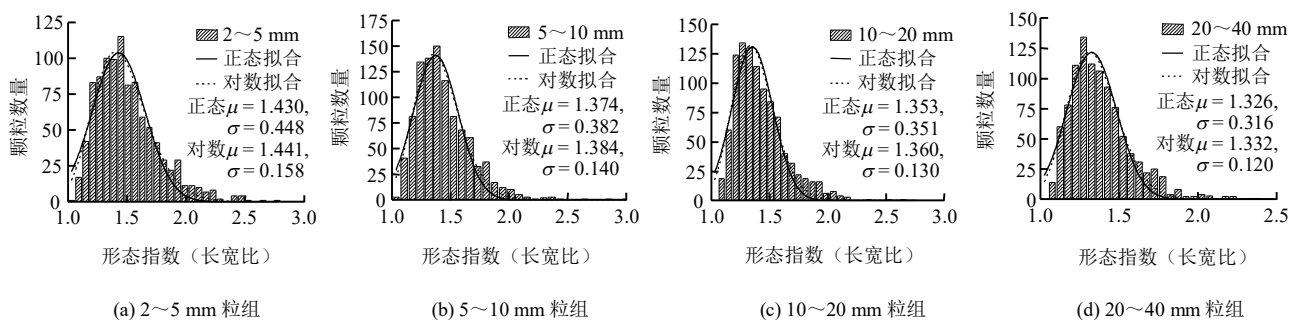


图 9 形状指数 (长宽比) 频数直方图及其分布

Fig.9 Histogram of shape index (length-width ratio) and its distribution

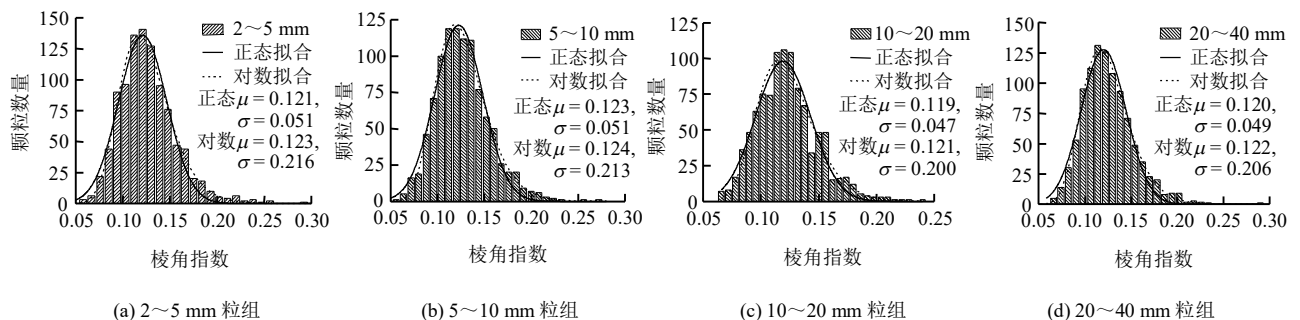


图 10 棱角指数频数直方图及其分布

Fig.10 Histogram of angularity index and its distribution

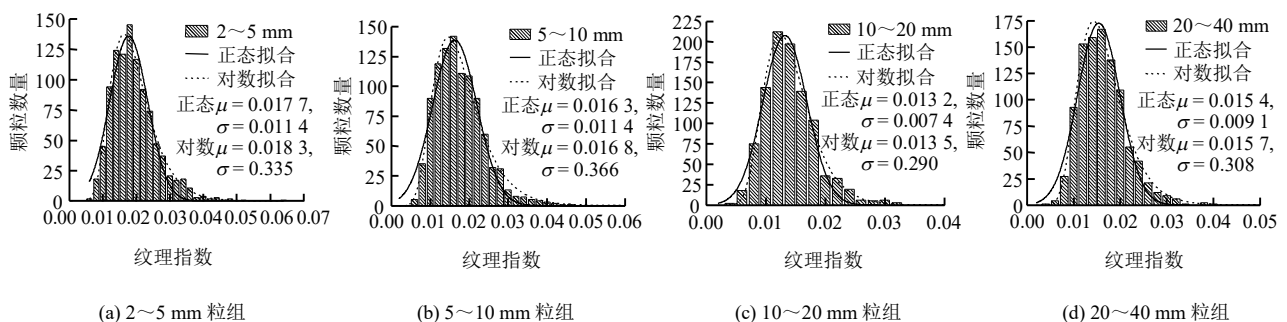


图 11 纹理指数频数直方图及其分布

Fig.11 Histogram of surface texture index and its distribution

表 2 正态分布与对数正态分布描述形态特征频率密度对比

Table 2 Morphological characteristic frequency density contrast between normal distribution and lognormal distribution

粒径组 /mm	判定系数 R^2							
	形态指数		形状指数		棱角指数		纹理指数	
	正态	对数	正态	对数	正态	对数	正态	对数
2~5	0.951	0.986	0.933	0.961	0.979	0.988	0.968	0.990
5~10	0.955	0.983	0.943	0.968	0.982	0.992	0.964	0.987
10~20	0.957	0.990	0.927	0.953	0.949	0.987	0.982	0.991
20~40	0.960	0.976	0.945	0.967	0.982	0.997	0.978	0.992
均值	0.956	0.984	0.937	0.962	0.973	0.991	0.973	0.990

表 3 偏态系数值

Table 3 The coefficient of skew

指标名称	不同粒组下的偏态系数 SK			
	10~20 mm	5~10 mm	10~20 mm	20~40 mm
形态指数	1.92	1.00	0.99	1.12
形状指数	0.90	1.38	1.26	1.12
棱角指数	1.30	1.10	0.87	1.17
纹理指数	1.28	1.22	1.95	1.57

4 颗粒形态特征与堆积特性的关系

4.1 堆积试验

选用经筛分、清洗、烘干后的碎石颗粒作为试验用料，共进行 2~5、5~10、10~20、20~40 mm 4 个粒径组的堆积试验。试验设备主要包括外径 300 mm、内径 284 mm、净高 242 mm 的有机玻璃圆筒，孔边长为 5、10、20、40 mm 的方孔筛，直径 280 mm 的刚性承压板，质量 4.7 kg 的落锤，落距 450 mm 的击实锤和天平等。试验过程中，将对应直径的筛盘置于有机玻璃圆筒之上，碎石颗粒通过筛孔均匀落入圆筒内，接近预定高度时停止放料，用薄铲刀刮平表面，量测最终堆积高度，此时的状态视为松堆状态。随后将刚性承压板水平放置于堆积试样表面，采用锤击方式使试样趋于密实，达到紧堆状态。试验所用设备及主要试验环节如图 12 所示。

对于紧堆状态，通过记录每一次锤击后试样高度的变化进行判定。当堆积高度基本保持不变时，视为紧堆状态。图 13 为 5~10 mm 粒组的堆积试验中，堆积高度随锤击数的变化情况。当锤击数超过 6 次时，堆积高度基本趋于稳定，认为此时粒组已经达到紧堆状态。

堆积试验中，关于堆积高度的选取在正式试验前进行了探讨。采用粒径最大的 20~40 mm 粒组，进行了松堆高度约为 12、16、20、24 cm 4 个粒组的堆积试验。图 14 为孔隙率随着松堆高度的变化，当堆积高度小于 20 cm 时，随堆积高度增加，松堆

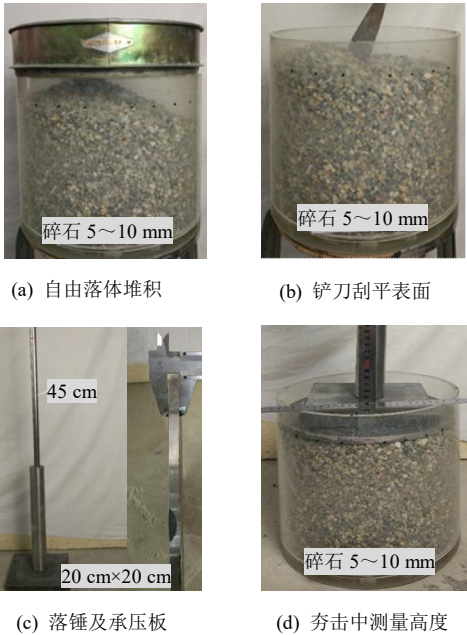


图 12 碎石颗粒松堆与紧堆试验
Fig.12 Stacking test of gravels in loose and dense state

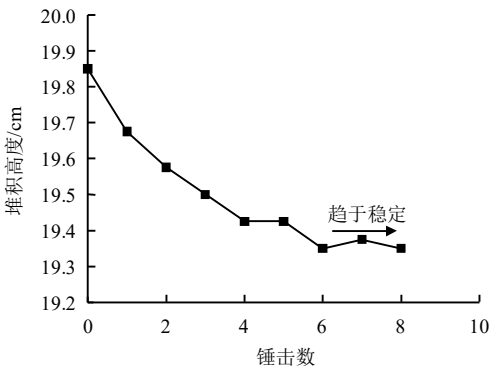


图 13 锤击条件下堆积高度变化（5~10 mm 粒组）
Fig.13 Variation of heap height under hammer strike
(5-10 mm grain group)

和紧堆孔隙比呈现一致性减小的趋势；当堆积高度超过 20 cm 时，孔隙率趋于稳定。说明堆积高度超过 20 cm 后，堆积高度对孔隙率的影响甚微。对于

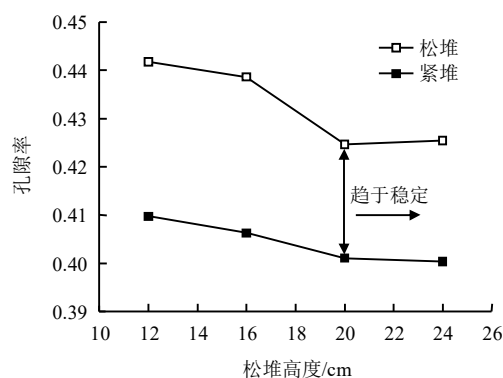


图 14 孔隙率随堆积高度的变化 (20~40 mm 粒组)

Fig.14 Variation of stacking porosity with heap height (20-40 mm grain group)

颗粒粒径较小的 3 个粒组, 采用 20 cm 的堆积高度也理应足够。

4.2 颗粒形态特征对堆积特性的影响

式 (1) ~ (4) 定义了表征单个碎石颗粒多尺度形态特征的参数, 但对于由数量众多的颗粒组成颗粒集合体而言, 其整体特性由每个颗粒形态特征所贡献。二维条件下, 采用面积加权方法来定义颗粒形态特征在集合体中的综合反映。因此, 颗粒集合体的形态、形状、棱角、纹理综合反映指数可用式 (8) ~ (11) 计算。

$$AMI = \sum_{i=1}^n (MI_i \cdot A_i) / \sum_{i=1}^n A_i \quad (8)$$

$$AFI = \sum_{i=1}^n (FI_i \cdot A_i) / \sum_{i=1}^n A_i \quad (9)$$

$$AAI = \sum_{i=1}^n (AI_i \cdot A_i) / \sum_{i=1}^n A_i \quad (10)$$

$$ATI = \sum_{i=1}^n (TI_i \cdot A_i) / \sum_{i=1}^n A_i \quad (11)$$

式中: AMI 、 AFI 、 AAI 、 ATI 分别为颗粒集合体的形态、形状、棱角、纹理综合反映指数; A_i 为相应颗粒的面积。二值化的碎石颗粒图像, 可以通过统计组成图像像素点的数量获取颗粒面积, 在 IMG-PRO 图像处理软件中可较为方便地获取该参数。

图 15 为 4 个粒组颗粒的孔隙率变化规律, 两次平行试验结果表明, 松堆和紧堆条件下, 孔隙率变化趋势基本一致。图 16 为综合棱角指数和综合纹理指数随粒组的变化曲线。可以看出, 综合棱角指数和综合纹理指数随粒组的变化规律与孔隙率的变化规律基本一致。此外, 综合形状指数与综合形态指数具有一致的变化趋势, 这是由于颗粒的形状指数与形态指数有较好的相关性, 形态指数受颗粒形状的影响较大, 如图 17 所示。但是, 二者与孔隙率

的变化规律并不相同。文献[23]研究表明, 等大规模球体堆积的孔隙率主要受排列方式影响, 规则球体的形状和大小变化亦不引起孔隙率改变。对于单粒组颗粒而言, 可近似为等大颗粒。因此, 不同粒组条件下, 反映其形状特征的综合形状指数也与颗粒堆积孔隙率无直接的一致映射关系。据此推断, 颗粒的棱角及纹理特征是影响单粒组颗粒堆积特性的主控因素。

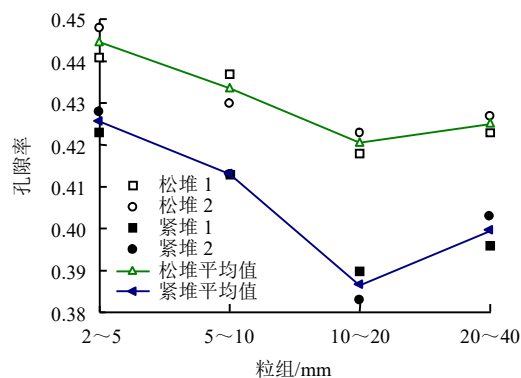


图 15 不同粒组碎石颗粒堆积孔隙率

Fig.15 Stacking porosity of gravels for different grain groups

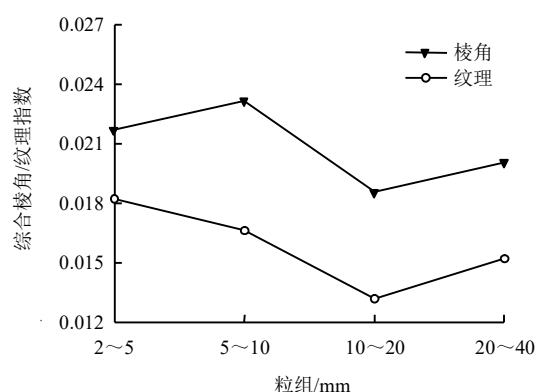


图 16 不同粒组的综合棱角/纹理指数

Fig.16 Angularity index / surface texture index for different grain groups

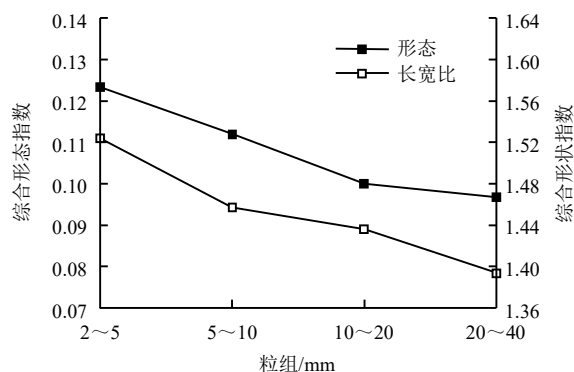


图 17 不同粒组的综合形态/形状指数

Fig.17 Morphology index / shape texture index for different grain groups

5 结 论

通过对碎石颗粒不同尺度下形态特征的表征参数及其分布规律, 形态特征与堆积孔隙率之间相互关系的探讨分析, 有如下结论:

(1) 针对碎石颗粒的二维形态特征描述, 以颗粒及其参照物周长为关键对比量, 提出了表征颗粒形态、棱角和纹理特征的新参数, 与反映形状特征的长宽比一起形成颗粒形态特征多尺度描述的指标体系。颗粒图像的分析结果表明, 所提出的表征参数能够较好反映颗粒形态特征, 对颗粒在形状、棱角、纹理 3 个尺度上的形态特征也具有较好甄别能力。

(2) 通过对 2~5、5~10、10~20、20~40 mm 4 个粒组, 共计 4 000 个颗粒样本的统计分析发现, 描述颗粒综合形态及形状、棱角、纹理特征的参数均较好地服从对数正态分布规律。大样本条件下, 表征颗粒不同尺度形态特征的参数分布具有一致稳定性。

(3) 结合室内堆积试验分析表明, 松堆和密堆条件下的孔隙率与颗粒集合体的综合棱角、纹理指数具有较好的映射关系, 而与综合形态指数和综合形状指数间无明显映射关系, 颗粒棱角与纹理是影响碎石颗粒堆积特性的主控因素。

参 考 文 献

- [1] LILLIAN U. Deformation properties of unbound granular aggregates[D]. Trondheim: Norwegian University of Science and Technology, 2007.
- [2] ABEDI S, MIRGHASEMI A A. Particle shape consideration in numerical simulation of assemblies of irregularly shaped particles[J]. *Particuology*, 2011, 9(4): 387—397.
- [3] FANNIN R J, SHUTTLE D A, ROUSÉ P C. Influence of roundness on the void ratio and strength of uniform sand[J]. *Géotechnique*, 2008, 58(8): 227—231.
- [4] 叶加兵, 张家发, 邹维列. 颗粒形状对碎石料孔隙特性影响研究[J]. *岩土力学*, 2018, 39(12): 4457—4467.
YE Jia-bing, ZHANG Jia-fa, ZOU Wei-lie. Influences of grain shape on pore characteristics of filled breakstone aggregate[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2018, 39(12): 4457—4467.
- [5] KWAN A K H, MORA C F, CHAN H C. Particle shape analysis of coarse aggregate using digital image processing[J]. *Cement & Concrete Research*, 1999, 29(9): 1403—1410.
- [6] 涂新斌, 王思敬. 图像分析的颗粒形状参数描述[J]. *岩土工程学报*, 2004, 26(5): 659—662.
TU Xin-bin, WANG Si-jing. Particle shape descriptor in digital image analysis[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2004, 26(5): 659—662.
- [7] UDAY K V, PADMAKUMAR G P, SINGH D N. Some studies on morphology of the coarse-grained soils[J]. *Engineering Geology*, 2013, 152(1): 48—55.
- [8] 李晓燕, 卜胤, 汪海年, 等. 粗集料形态特征的定量评价指标研究[J]. *建筑材料学报*, 2015, 18(3): 524—530.
LI Xiao-yan, BU Yin, WANG Hai-nian, et al. Research on quantitative evaluation of morphological characteristic of coarse aggregates[J]. *Journal of Building Materials*, 2015, 18(3): 524—530.
- [9] 张家发, 叶加兵, 陈劲松, 等. 碎石颗粒形状测量与评定的初步研究[J]. *岩土力学*, 2016, 37(2): 343—349.
ZHANG Jia-fa, YE Jia-bing, CHEN Jin-song, et al. A preliminary study of measurement and evaluation of breakstone grain shape[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2016, 37(2): 343—349.
- [10] CHANDAN C, SIVAKUMAR K, MASAD E, et al. Application of imaging technique to geometry analysis of aggregate particles[J]. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 2004, 18(1): 75—82.
- [11] VALLEJO L E. Fractal analysis of granular materials[J]. *Geotechnique*, 1995, 45(8): 159—163.
- [12] SCHWARCZ H P, SHANE K C. Measurement of particle shape by Fourier analysis[J]. *Sedimentology*, 2010, 13(3—4): 213—231.
- [13] THOMAS M C, WILTSHIRE R J, WILLIAMS A T. The use of Fourier descriptors in the classification of particle shape[J]. *Sedimentology*, 2010, 42(4): 635—645.
- [14] WANG L B, WANG X R, MOHAMMAD L, et al. Unified method to quantify aggregate shape angularity and texture using Fourier analysis[J]. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 2005, 17(5): 498—504.
- [15] 徐文杰, 许强. 岩土材料细观结构量化表述方法研究——以土石混合体为例[J]. *岩石力学与工程学报*, 2012, 31(3): 499—506.
XU Wen-jie, XU Qiang. Study of quantitative description methods of geomaterial meso-structure — taking soil rock mixture for example[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2012, 31(3): 499—506.